

## Tentamen Discrete Structuren—4 APRIL 2013

De nagekeken tentamens zijn in te zien op kamer Bernoulliborg 366.

*Opmerkingen:*

- Schrijf netjes en duidelijk, met zwarte of blauwe pen.
- Zet op het eerste blad alle gegevens als naam, etc., en het totaal aantal ingeleverde bladen, en nummer de ingeleverde bladen.
- Lees de opgaven eerst goed door.
- Motiveer je antwoorden.
- ALS DE DEELTOETS MINIMAAL EEN 6 WAS GEEFT DIT VRIJSTELLING VOOR DEEL 1 VAN DIT TENTAMEN (afleggen van Deel 1 is toegestaan).

### DEEL 1

#### 1. (10 punten)

Geef een lineair bewijs (uitleg per regel/stap over welke verzamelingseigenschap je gebruikt) voor:

Gegeven zijn verzamelingen  $A$  en  $B$  uit een universum  $U$ , bewijs dat

$$(A \cap B) \cap (A \cup B) = A \cap B$$

#### 2. (10 punten)

- Geef een definitie van het begrip partiële ordening.
- Zij  $(S, \leq)$  een partieel geordende verzameling,  $S = \{a, b, c, d, e\}$ . De ordening is gegeven door  $a \leq a \mid a \leq b \mid a \leq d \mid b \leq b \mid b \leq d \mid c \leq c \leq e \mid e \leq e$ . Teken het bijbehorende Hasse diagram.

#### 3. (15 punten)

Gegeven is de relatie  $R = \{(a, b), (b, d), (c, b), (d, c)\}$ .

- Is  $R$  een functie?
- Teken de digraaf van  $R$ .
- Geef de bijbehorende matrix  $M_R$ .
- Bereken de transitieve afsluiting  $R^\infty$ .
- Wat is de kleinste equivalentierelatie  $R^\sim$  die  $R$  omvat?

4. (5 punten)

Gegeven is de verzameling  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ .

In elk van de volgende gevallen wordt een string uit  $\Sigma^*$  gevolgd door een reguliere expressie over  $\Sigma$ . Geef voor elk van die gevallen aan of de string behoort tot de reguliere verzameling die correspondeert met de betreffende reguliere expressie:

- 012  $((0^*1) \vee 2)^*$
- 012102  $((012) \vee 2)^*$
- 01010102  $(01)^*02$

5. (10 punten)

We hebben een rij getallen  $(s_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gedefinieerd door:

$$s_0 = 1, s_1 = 2, s_n = 6s_{n-1} - 9s_{n-2} \text{ for } n \geq 2$$

- Geef de karakteristieke vergelijking voor deze rij.
- Los deze vergelijking op en bepaal  $c_1, c_2$  met behulp van  $s_0$  en  $s_1$ , zodanig dat je een exacte formule voor  $s_n$  krijgt.

## DEEL 2

6. (10 punten)

Gegeven is een partieel geordende set  $(S, \leq)$  met  $S = \{a, b, c, d\}$ . De ordening  $\leq$  gehoorzaamt  $a \leq b, a \leq c, b \leq d, c \leq d$ .

- Wanneer is een partieel geordende set een tralie?
- Is  $(S, \leq)$  een tralie?
- ✱ Wat is de lowest upperbound (LUB) van  $\{a, b\}$ ?

7. (15 punten)

Gegeven is een ongerichte graaf  $G$  met knopen  $\{a, b, c, d, e\}$  en gewogen kanten (notatie:  $(x, n, y)$  is de kant tussen knopen  $x$  en  $y$  met gewicht  $n$ )

$$\{(a, 4, b), (a, 5, c), (b, 3, c), (b, 2, d), (c, 3, e), (d, 1, e)\}$$

- Teken deze graaf.
- Beschrijf in woorden een algoritme voor het vinden van een minimale opspannende boom.
- Bepaal de minimaal opspannende boom voor  $G$ , en bepaal het gewicht ervan.

8. (15 punten)

De Boolean functie  $f : B_3 \rightarrow B$  is gegeven door de volgende waarheidstabel:

x	y	z	f(x,y,z)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Geef een Boolean expressie in de vorm van een disjunctie van minterms, die overeenkomt met  $f$ .
- Is  $f$  surjectief?
- Is  $f$  injectief?
- \*Teken de Karnaugh map van  $f$ .
- Bepaal een zo eenvoudig mogelijke Boolean expressie voor  $f$ .

9. (15 punten)

Gegeven is een gelabelde boom  $(T; v_0)$ ; de labels komen uit de verzameling  $\{\oplus, \ominus, 0, 1, 2, \dots, 9\}$ . Hierin zijn  $\oplus$  en  $\ominus$  binaire bewerkingen op de gehele getallen van 0 t/m 9. De expressie  $\oplus \ominus \oplus 3 4 1 \ominus 2 \oplus 3 0$  is het resultaat van een preorder wandeling (preorder search) door de boom  $T$ .

- Teken de bijbehorende boom, inclusief labels.
- Nummer de knopen van  $T$  volgens postorder. Wandel door de boom in postorder, en bereken de waarde in elke knoop. Hierbij zijn  $\oplus$  en  $\ominus$  de bewerkingen maximum, respectievelijk minimum.

10. (15 punten)

Zij  $\checkmark$  de twee grafen hieronder isomorf?  $\checkmark$  Besijs je antwoord.



